

Некоторые теоретические вопросы к зачету
по курсу «Методы математической физики»,
весна 2021 г., лектор — И. В. Тихонов

1. Преобразование оператора Лапласа в $\mathbb{R}^3$ в сферически симметрическом случае.
2. Спектральная задача для уравнения Лапласа в трехмерном сферически симметрическом случае.
3. Уравнение Бесселя со спектральным параметром и переход от него к стандартному уравнению Бесселя.
4. Функции Бесселя и их вид в основных случаях $J_0(x)$, $J_1(x)$, $J_2(x)$.
5. Спектральная задача Фурье–Бесселя.
6. Ряды Фурье–Бесселя.
7. Схема получения функций Неймана. Основные свойства функций Неймана.
8. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Вывод рекуррентного соотношения
$$\frac{d}{dx}(x^\nu J_\nu(x)) = x^\nu J_{\nu-1}(x), \quad \nu \in \mathbb{R}.$$
9. Рекуррентные соотношения на корнях функций Бесселя.
10. Полиномы Лежандра и их элементарные свойства.
11. Ряды Фурье по полиномам Лежандра.
12. Производящая функция для полиномов Лежандра.
13. Объемный потенциал и его свойства.
14. Вычисление объемного потенциала шара с постоянной плотностью.
15. Трехмерное уравнение колебаний и его решения типа установившейся волны. Уравнение Гельмгольца для амплитудного множителя.
16. Сферически симметричные решения уравнения Гельмгольца. Условия излучения Зоммерфельда.
17. Сферическое среднее и уравнение Эйлера–Пуассона–Дарбу в трехмерном случае (без вывода).
18. Задача Коши для трехмерного уравнения колебаний. Анализ формулы Кирхгофа. Принцип Гюйгенса.
19. Основные понятия теории обобщенных функций. Пространства основных и обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций.
20. Формула Грина для основных (финитных) функций. Точный смысл соотношения
$$\Delta E(x) = \delta(x).$$